Límites de sucesiones

Las reglas que se utilizan para el cálculo de límites de funciones son también válidas para el cálculo de límites de sucesiones. La única particularidad es que en el caso de las sucesiones solo tomamos límites en el infinito. Las indeterminaciones que podemos encontrar cuando calculamos el límite del término general de una sucesión son:

$$\frac{\infty}{\infty} \qquad \infty-\infty \qquad 1^{\infty}$$

Veamos un ejemplo de este último tipo de indeterminación:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-n+1}{2n^2+5n}\right)^{2n}$$

Calculamos el límite de la base y el exponente:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2-n+1}{2n^2+5n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{2n^2}{n^2}-\frac{n}{n^2}+\frac{1}{n^2}}{\frac{2n^2}{n^2}+\frac{5n}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{2-\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}{2+\frac{5}{n}}=\frac{2}{2}=1 \qquad \lim_{n\to\infty}2n=\infty$$

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-n+1}{2n^2+5n}\right)^{2n}=1^{\infty}$$

Transformamos la expresión de esta forma:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2-n+1}{2n^2+5n}\right)^{2n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1-6n}{2n^2+5n}\right)^{2n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{2n}=\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{2n}\right)^{\frac{2n^2+5n}{1-6n}\cdot\frac{1-6n}{2n^2+5n}}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{2n\cdot\frac{1-6n}{2n^2+5n}}=\left(\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{\frac{2n^2+5n}{1-6n}}\right)^{2n\cdot\frac{1-6n}{2n^2+5n}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}2n\cdot\frac{1-6n}{2n^2+5n}}=e^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-12n^2}{2n^2+5n}}=e^{-6}$$

1. Calcula los siguientes límites de sucesiones.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}(5n^3)$ **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2-19n+3}$ **c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{9n+2}{27n+1}$ **d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{6-4n^3+25n}{4n+8n^2+n^3-12}$

2. Calcula los siguientes límites de sucesiones.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{3n^2+1}\right)$ **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}\right)$ **c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{4n^4+n-3}-n-2\right)$

3. Calcula los siguientes límites de sucesiones.

a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-2}{n+1}\right)^{n^2}$ **b)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5n^2}{5n^2-n}\right)^{\frac{n^3}{n-2}}$ **c)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^3}{n^3+4}\right)^{\frac{4n}{5}}$ **d)** $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1-n^4}{-n^4+7n^2}\right)^{3n^2}$